

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (M.R.U.A.)

Giuseppe Frangiamore con la collaborazione di Francesco Garofalo

Accelerazione

Il **moto rettilineo uniformemente accelerato** è il moto di un punto sottoposto ad un'accelerazione costante in modulo, direzione e verso.

La variazione di **velocità** del punto è **direttamente proporzionale** al tempo in cui avviene. Si definisce accelerazione la quantità:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Con il seguente significato dei simboli:

v - velocità (m/s)

a_m - accelerazione media (m/s^2)

t - tempo (s)

Δ - variazioni di velocità e di tempo.

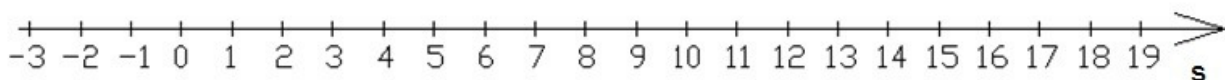
L'unità di misura dell'accelerazione nel sistema internazionale delle misure è il m/s^2 .

Un esempio di m.r.u.a. si ha nel tratto in cui, il conducente di un'automobile fermo ad un semaforo rosso, appena scatta il verde inizia il moto accelerando il suo veicolo che acquista via via sempre più velocità.



Esempio di moto uniformemente accelerato

Auto in fase di partenza fino a quando raggiunge la velocità normale di marcia.



Dalla definizione di accelerazione possiamo affermare: “ogni volta che la velocità di un corpo varia, esso subisce un’**accelerazione**”.

Se all’istante di tempo t_0 un punto materiale possiede velocità v_0 e all’istante t la sua velocità vale v , si dice che il punto, nell’intervallo di tempo $\Delta t = t - t_0$, ha subito un’accelerazione media a_m pari a :

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Per accelerazione media si intende, quindi, il rapporto fra la variazione di velocità Δv , subita dal punto nell'intervallo di tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso.

Consideriamo l'automobile della figura precedente ferma al semaforo rosso. Quando scatta il verde inizia il moto e dopo 8 secondi raggiunge la velocità di 40 km/h. Quanto vale l'accelerazione media?

Prima di tutto trasformiamo la velocità da km/h in m/s perché nel sistema internazionale delle misure (SI) l'accelerazione si esprime in m/s:

$$v = 40 \text{ km/h} : 3,6 = 11,11 \text{ m/s}$$

Se l'automobile era ferma al semaforo, significa che la sua velocità all'istante iniziale $t_0 = 0 \text{ s}$ era uguale a zero $v_0 = 0$.

All'istante $t = 8 \text{ s}$ la velocità diventa 11,11 m/s.

Pertanto, applicando la formula dell'accelerazione:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{11,11 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{11,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s}} = 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Relazione velocità-tempo

A partire dalla definizione di accelerazione media, è facile ricavare la relazione generale tra tempo e velocità:

$$v - v_0 = a_m (t - t_0)$$

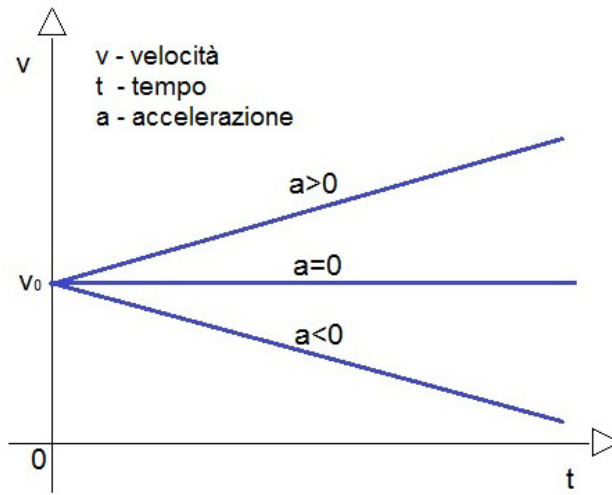
Poniamo il tempo iniziale $t_0 = 0$ e spostiamo la velocità iniziale v_0 , supposta in generale diversa da zero, a secondo membro:

$v = v_0 + a_m t$

Dove:

- v (m/s) – velocità all'istante t
- v_0 (m/s) – velocità iniziale
- a_m (m/s²) – accelerazione (costante)
- t (s) – generico istante (tempo)

La relazione riportata nel grafico $v - t$ (velocità – tempo) può assumere le seguenti forme:



Se $a > 0$, accelerazione con valore positivo, col passare del tempo la velocità aumenta.

Se $a = 0$, accelerazione nulla, il moto è di tipo uniforme cioè con velocità costante.

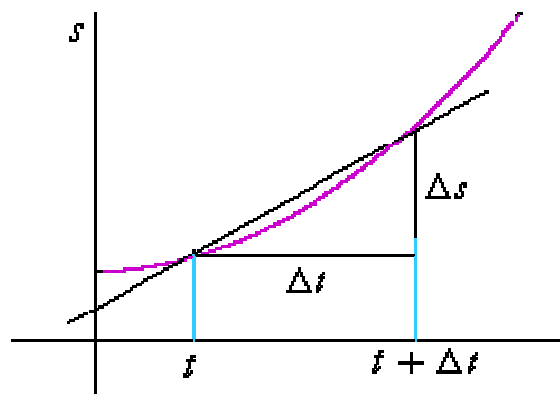
Se $a < 0$, accelerazione con valore negativo, col passare del tempo la velocità diminuisce.

Qualora v_0 abbia valore nullo, le semirette partono tutte in corrispondenza dall'origine del sistema di riferimento.

Al seguente link <http://www.itfisica.it/laboratorio/diagramma-del-moto/> è riportata un'applicazione mediante la quale è possibile simulare nel piano v-t l'andamento del grafico della velocità al variare del valore dell'accelerazione.

Velocità e accelerazione istantanee

Supponiamo, adesso, di voler determinare la velocità assunta da un punto materiale in un ben determinato istante. Dal momento che è impossibile da un punto di vista operativo parlare di "istante di tempo", la velocità istantanea è definita come la velocità media del punto materiale relativa ad un intervallo di tempo Δt piccolissimo.



Pertanto riducendo sempre più il valore di Δt , la velocità definita dal rapporto tra Δs e Δt coinciderà sempre più con il valore della tangente dell'angolo formato tra la tangente alla curva s-t in corrispondenza dell'ascissa t e l'orizzontale.

Stesso discorso può essere fatto per la grandezza "accelerazione". Nel caso di moto rettilineo uniformemente accelerato, l'accelerazione istantanea coincide con il valore dell'accelerazione media.

Esempio 01

Un ciclista pedala alla velocità di 36 km/h e, durante gli ultimi 5 secondi dello sprint finale, aumenta la sua velocità con una accelerazione media di 0,2 m/s². Calcola la velocità con cui il corridore taglia il traguardo.

DATI

$$\begin{aligned}v_i &= 36 \text{ km/h} \\ \Delta t &= 5 \text{ s} \\ a &= 0,2 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

RISOLUZIONE

Dalla formula inversa dell'accelerazione ricaviamo la variazione di velocità:

$$\Delta v = a \cdot \Delta t = 1 \text{ m/s}$$

Trasformiamo nel S.I.:

$$36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

La velocità con cui il corridore taglia il traguardo sarà pertanto:

$$v_f = \Delta v + v_i = (1+10) \text{ m/s} = 11 \text{ m/s} = 39,6 \text{ km/h}$$

Esempio 02

Una moto viaggia alla velocità di 70 km/h. Premendo il pedale dell'acceleratore la velocità aumenta con accelerazione costante di 2 m/s² fino a 142 km/h. Calcola il tempo in cui è avvenuta tale variazione di velocità.

DATI

$$\begin{aligned}v_i &= 70 \text{ km/h} \\ v_f &= 142 \text{ km/h} \\ a &= 2 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

RISOLUZIONE

La variazione di velocità subita dalla moto è :

$$\Delta v = (142-70) \text{ km/h} = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

Dalla formula inversa dell'accelerazione ricaviamo il tempo:

$$t = \Delta v / a = (20 \text{ m/s}) / (2 \text{ m/s}^2) = 10 \text{ s}$$

Legge oraria del moto uniformemente accelerato

La legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato si ricava per via grafica tenendo conto che l'area della superficie sottesa dal grafico della velocità nel piano v-t, equivale allo spazio percorso dal corpo. Tralasciando i dettagli, si perviene alla seguente formulazione:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Dove

s – spazio percorso al generico istante t

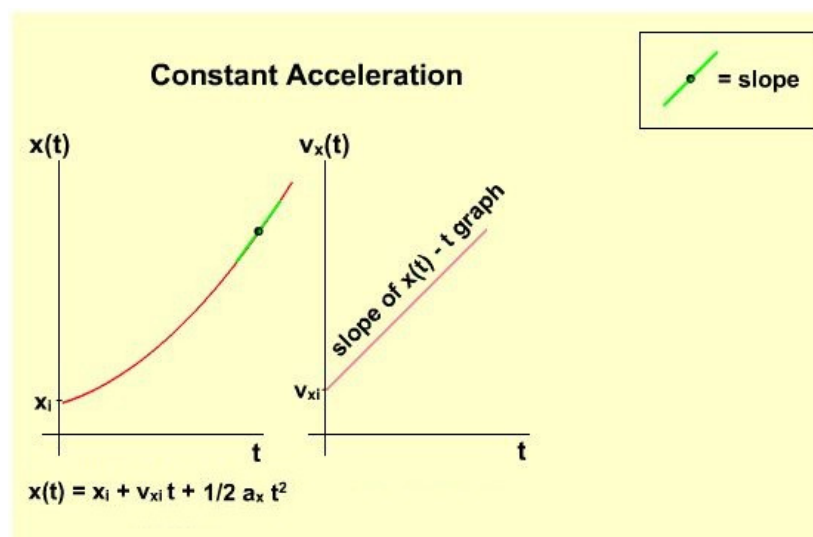
s₀ – spazio iniziale

v₀ – velocità iniziale

t – generico istante (tempo)

a – accelerazione (costante)

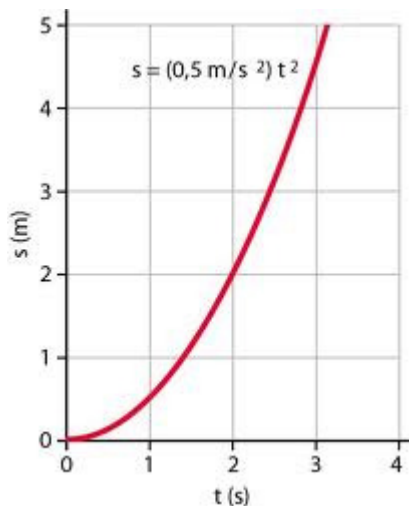
Al seguente link <http://www.itfisica.it/laboratorio/accelerazione-costante/> sono diagrammati attraverso una simulazione i grafici relativi al moto rettilineo uniformemente accelerato.



Qualora all'istante t = 0, l'origine del moto coincide con l'origine del sistema di riferimento cioè s₀ = 0 e la velocità iniziale del corpo sia nulla v₀ = 0, allora la legge oraria si riduce alla seguente:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Il diagramma della legge oraria nel piano s-t nel caso semplificato è del tipo riportato nella seguente figura:



A conclusione della trattazione del moto con accelerazione costante si propone il seguente link che apre un'applicazione che simula nel tre grandezze fondamentali del moto: $x(t)$ spostamento, $v(t)$ velocità e a accelerazione al variare del tempo e sulla base di parametri impostati dall'utente.

MOTO CON ACCELERAZIONE COSTANTE

The simulation interface displays the following components:

- Position Axis:** A horizontal axis labeled x (in m) with values from 0 to 50. A car icon is positioned at $x = 37.94$ m. Two vertical markers are at $x = 25.000$ m and $x = 50.000$ m.
- Time Markers:** Three digital displays show time values: 8.711 s (grey background), 7.071 s (green background), and 8.711 s (red background).
- Graphs:**
 - Position vs Time (x vs t):** A parabolic curve starting from the origin, with a point at $x = 37.94$ m and $t = 8.711$ s.
 - Velocity vs Time (v vs t):** A straight line starting from the origin, with a point at $v = 8.71$ m/s and $t = 8.711$ s.
 - Acceleration vs Time (a vs t):** A horizontal line at $a = 1.00$ m/s².
- Control Panel (Right):**
 - Buttons: "Reset" (blue) and "Riprendi" (yellow).
 - Checkbox: "Moto rallentato" (unchecked).
 - Inputs: "Posizione iniziale: 0.00 m", "Velocità iniziale: 0.00 m/s", "Accelerazione: 1.00 m/s²".
 - Radio buttons: "Vettore velocità" (selected) and "Vettore accelerazione".
 - Copyright: "© W. Fendt 2000".

<http://www.itfisica.it/laboratorio/moto-a-costante/>